ELG4576 Systèmes de télécommunication
Semaine 6

6.3. Le bruit blanc gaussien

Le bruit blanc, décrit en chapitre 5, est un processus gaussien. Un processus X(t) est un processus gaussien si le vecteur à N dimensions $\mathbf{X} = (X(t_1), X(t_2), X(t_3), \ldots, X(t_N))$, où $X(t_i)$ est un échantillon de $X(t)$ à $t=t_i$, à la pdf à N dimensions suivante :

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}}|\Lambda|^{\frac{1}{2}}} e^{-[(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})\Lambda^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^T/2} \tag{6.4}$$

Où
$\mathbf{x}=(x_1, x_2, \ldots, x_N)$ est un vecteur de valeurs possibles des échantillons, $\boldsymbol{\mu} = (E[X(t_1)], E[X(t_2)], \ldots, E[X(t_N)])$ est le vecteur des espérances des échantillons, et $\boldsymbol{\Lambda}$ est une matrice de covariance $N \times N$ où $\Lambda_{ij} = \mathrm{cov}(X(t_i),X(t_j))$. Ici, $|\boldsymbol{\Lambda}|$ indique le déterminant de $\boldsymbol{\Lambda}$.

Un processus gaussien a les propriétés suivantes :

1) Si le processus est stationnaire à large sens, il est aussi strictement stationnaire.
2) Si le processus est l'entré d'un filtre linéaire et invariant en temps, la sortie est aussi un processus gaussien.
3) Si X(t) est un processus gaussien, $\langle X(t)\rangle = E[X(t)]$.

6.4. Les sources de bruit

6.4.1. Le bruit thermique

Également nommé le bruit de résistance, le bruit thermique est le bruit généré par l'agitation thermique des porteurs de charges. Ce phénomène existe indépendamment de toute tension appliquée. Le bruit thermique aux bornes d'une résistance est exprimée par :

$$v_{rms}^2 = \left\langle v_n^2(t)\right\rangle = 4kTRB \text{ en V}^2, \tag{6.5}$$

où k est la constante de Boltzmann = 1.38×10^{-23} J/K, T est la température exprimée en kelvins, R est la valeur de la résistance en Ω et B est la largeur de bande d'intérêt et Hz. Il faut noter que

$$\left\langle v_n(t)\right\rangle = 0 \tag{6.6}$$

Équation (6.5) est la relation de Nyquist.

Le circuit équivalent d'une résistance est donc :

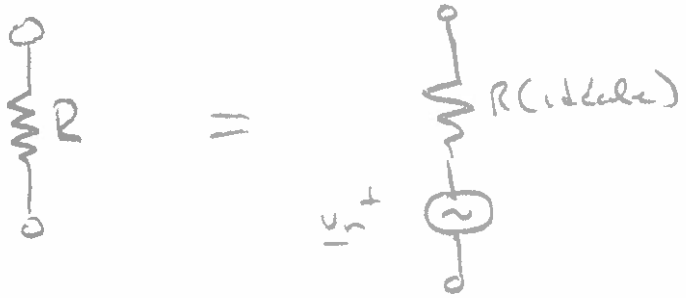
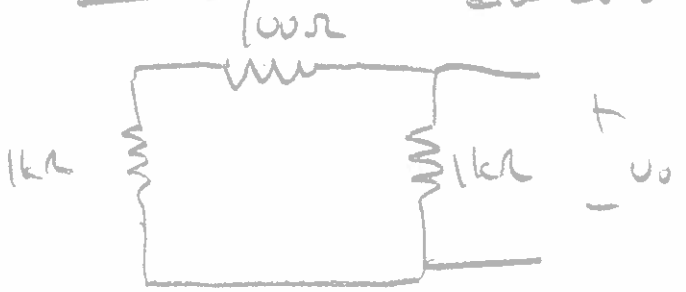
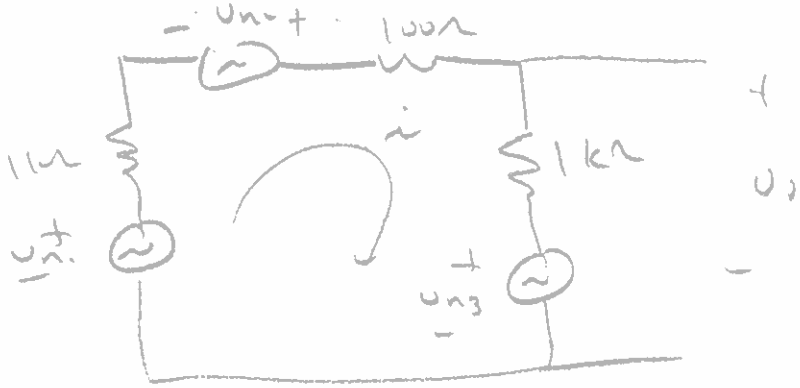


Figure 6.1 : Circuit équivalent d'une résistance.

Exemple 6.2 Trouvez la tension RMS du bruit thermique du circuit démontré ci-dessous





$$v_{n1} + v_{n2} - v_{n3} - 2100\,i = 0$$

$$i = \frac{v_{n1} + v_{n2} - v_{n3}}{2100}$$

$$v_o = v_{n3} + i(1000)$$

$$v_o = v_{n3} + \frac{1000(v_{n1} + v_{n2} - v_{n3})}{2100}$$

$$v_o = v_{n3} - \frac{10}{21} v_{n3} + \frac{10}{21} v_{n2} + \frac{10}{21} v_{n1}$$

$$= \frac{11}{21} v_{n3} - \frac{10}{21} v_{n2} - \frac{10}{21} v_{n1}$$

$$v_o^2 = 0.274\, v_{n3}^2 + 0.226\, v_{n2}^2 + 0.226\, v_{n1}^2$$

$$\langle v_{ni} v_{nj} \rangle = 0 \text{ si } i \neq j$$

$v_{n3}^2 = 4kTBR_3$ pour $T = 290K$

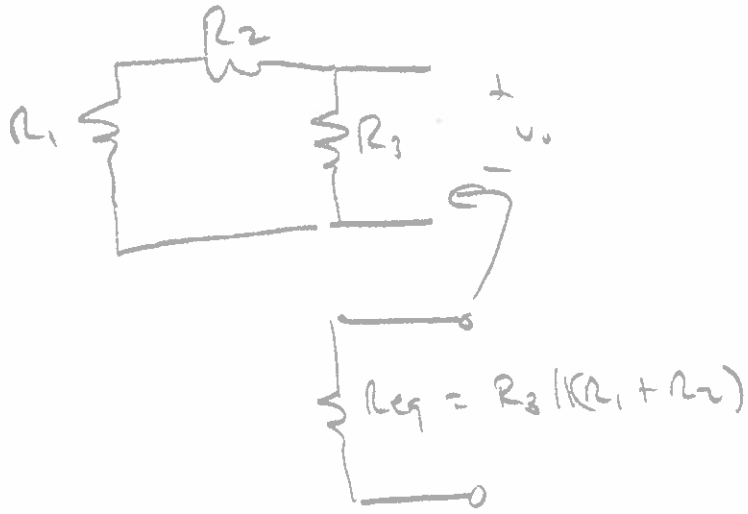
$v_{n2}^2 = 4kTBR_2$ $B = 100\,kHz$

$v_{n1}^2 = 4kTBR_1$

$$v_o^2 = 4.32 \times 10^{-13} + 3.99 \times 10^{-13}$$

$$= 8.37 \times 10^{-13}\ V^2$$

$$v_o = 9.16 \times 10^{-7}\ V_{rms}$$



$$= 1000\,\Omega \,||\, (1100\,\Omega)$$

$$= \frac{1100000\,\Omega^2}{2100\,\Omega}$$

$$= 523.8\,\Omega$$

$$\underline{\underline{v_0^2 = 4KTBR_{eq} = 8.37 \times 10^{-13}\ V^2}}$$

alors il s'agit simplement de trouver la résistance equivalente du réseau afin de trouver la tension RMS du bruit.

v_n^2 est donné en V^2

$$\frac{v_n^2}{R} \rightarrow W$$

$$\frac{v_n^2}{RB} \rightarrow W/Hz \rightarrow S_{ww}(f) = 4KT = \frac{N_0}{2}$$

$$\underline{\underline{N_0 = 8KT}} \text{ en } W/Hz \quad (6.7)$$

6.4.2 Bruit de grenaille

Nommé "shot noise" en anglais, le bruit de grenaille est modelé par un processus de Poisson. Il est causé par le fait que le courant n'est pas une quantité continue mais le résultat du mouvement des porteurs de charges élémentaires.

I est mesuré en $C/s = \frac{Nq}{\Delta t}$ où N = le nombre d'électrons traversant un plan perpendiculaire au courant dans Δt secondes et q est la charge d'un électron.

N est une variable aléatoire qui suit une loi de Poisson, donc

$$E[N] = \bar{N}$$

$$\text{et } var[N] = \bar{N}$$

$$\text{donc } var[I] = var\left[\frac{Nq}{\Delta t}\right] = \frac{var(N)\,q^2}{(\Delta t)^2}$$

$$= \frac{\bar{N}q^2}{(\Delta t)^2} = \underline{\underline{\frac{Iq}{\Delta t}}}$$

$\frac{1}{\Delta t} \rightarrow Hz$

$$B = \frac{1}{\Delta t}$$

$$\rightarrow \langle i_n^2 \rangle = IqB$$

$$S_s(f) = Iq \quad \text{où } I \text{ est le courant moyenne.}$$

ceci est en addition du bruit thermique.

$\Longrightarrow$ normalement ce n'est pas significatif sauf

dans le courant de base d'un BJT.

6.4.3 Rayonnement thermique

C'est le rayonnement électromagnétique de n'importe quel corps en équilibre thermique. Le rayonnement possède un spectre spécifique et une intensité qui ne dépend que de sa température.

$$S(f) = e \cdot \frac{2\pi}{h^2 c^2} \frac{(h|f|)^3}{e^{h|f|/kT} - 1} \quad (W/Hz)/m^2$$

$\Rightarrow$ ce n'est pas "blanc"

$\Rightarrow$ affecte la température de bruit d'une antenne.

$\Rightarrow$ <u>soleil</u>